

Problema 1

Tiempo 50 minutos

Apellidos..... Nombre.....

CONTESTAR EN ESTA HOJA NO SE TENDRÁN EN CUANTA HOJAS ADICIONALES

Se han realizado unos ensayos sobre un perfil en un amplio rango de ángulos de ataque en un túnel aerodinámico y de las mediciones efectuadas se ha aproximado la sustentación en función del ángulo de ataque por $C_L = \frac{\pi}{6} + \sin\left(\frac{9}{2}\alpha_T\right)$ donde $\alpha_T = \alpha_{ss} + \alpha(t)$ siendo α_{ss} el ángulo de ataque respecto del que se produce la oscilación y $\alpha(t)$ el ángulo de ataque de oscilación que se supone pequeño. También se ha estimado que el ángulo de despase ψ se puede aproximar por el valor $\frac{\pi}{12}$. Teniendo en cuenta estos valores se pide:

1. Determinar los coeficientes a_0 , a_1 , a_2 y a_3 que se obtienen al desarrollar el coeficiente de sustentación en potencias de la amplitud del ángulo de oscilación $\alpha(t)$, tal y como se hace para el cálculo de flameo en separación a flexión. **(2 puntos)**
2. Considerando que el ángulo de ataque respecto el que se produce la oscilación es $\alpha_{ss} = \frac{\pi}{6}$ determinar los coeficientes A, B y C de la potencia sobre el perfil oscilando a flexión. En función de los valores obtenidos para estos coeficientes indique el tipo de flameo que sufre el perfil y las amplitudes a las que ocurren los cambios de tipo de oscilación. **(2 puntos)**.
3. Considerando que el ángulo de ataque respecto el que se produce la oscilación es $\alpha_{ss} = \frac{\pi}{9}$ determinar los coeficientes A, B y C de la potencia sobre el perfil oscilando a flexión. En función de los valores obtenidos para estos coeficientes indique el tipo de flameo que sufre el perfil y las amplitudes a las que ocurren los cambios de tipo de oscilación. **(2 puntos)**
4. Considerando que el ángulo de ataque respecto el que se produce la oscilación es $\alpha_{ss} = \frac{\pi}{12}$ determinar los coeficientes A, B y C de la potencia sobre el perfil oscilando a flexión. En función de los valores obtenidos para estos coeficientes indique el tipo de flameo que sufre el perfil y las amplitudes a las que ocurren los cambios de tipo de oscilación. **(2 puntos)**
5. Comente los resultados obtenidos en los tres apartados anteriores. **(2 puntos)**.

$$A = -2a_0 \sin \alpha_{ss} - a_1 \cos \alpha_{ss} \cos \psi$$

$$B = -\frac{1}{4}a_1 \left[-(\cos \alpha_{ss} - \cos 3\alpha_{ss}) \left(1 + \frac{1}{2} \cos 2\psi \right) + (3 \cos \alpha_{ss} - \cos 3\alpha_{ss}) \cos \psi \right] -$$

$$-\frac{1}{4}a_2 \left[(\sin \alpha_{ss} + \sin 3\alpha_{ss}) \left(1 - \frac{3}{2} \cos \psi + \frac{1}{2} \cos 2\psi \right) \right]$$

$$-\frac{3}{16}a_3 [(3 \cos \alpha_{ss} + \cos 3\alpha_{ss}) \cos \psi]$$

$$C = -\frac{1}{16}a_1 \left[(\cos 3\alpha_{ss} - \cos 5\alpha_{ss}) \left(\frac{3}{2} + (\cos \psi)^2 \right) - \frac{1}{16} (3 \cos 3\alpha_{ss} - 2 \cos 5\alpha_{ss}) \cos \psi \right]$$

$$-\frac{1}{3} \cos 3\alpha_{ss} \cos 3\psi \left]$$

SOLUCIÓN:

- $a_0 = C_L(\alpha_{SS}) = \frac{\pi}{6} + \sin\left(\frac{9}{2}\alpha_{SS}\right); a_1 = \left.\frac{dC_L}{d\alpha_T}\right|_{\alpha_T=\alpha_{SS}} = \frac{9}{2}\cos\left(\frac{9}{2}\alpha_{SS}\right); a_2 = \left.\frac{1}{2!}\frac{d^2C_L}{d\alpha_T^2}\right|_{\alpha_T=\alpha_{SS}} = -\frac{1}{2}\left(\frac{9}{2}\right)^2\sin\left(\frac{9}{2}\alpha_{SS}\right); a_3 = \left.\frac{1}{3!}\frac{d^3C_L}{d\alpha_T^3}\right|_{\alpha_T=\alpha_{SS}} = -\frac{1}{6}\left(\frac{9}{2}\right)^3\cos\left(\frac{9}{2}\alpha_{SS}\right)$ (2 puntos)
- Sustituyendo estos valores y usando los datos del enunciado se obtiene que $A=1.4311; B=-4.0867$ y $C=0.3982$. Las amplitudes a las que se anula la potencia son $\left(\frac{\omega h_0}{U_\infty}\right)_1 = 0.602$ y $\left(\frac{\omega h_0}{U_\infty}\right)_2 = 3.146$. El sistema sufre de flameo de ciclo límite a bajas amplitudes y de flameo explosivo a grandes amplitudes de oscilación. (2 puntos).
- Nuevamente sustituyendo se obtiene que para $\alpha_{SS} = \frac{\pi}{9}$ $A=-1.0422; B=-0.0485$ y $C=0.0$. El sistema es estable y no sufre flameo para cualquier amplitud de oscilación. (2 puntos).
- Sustituyendo ahora $\alpha_{SS} = \frac{\pi}{12}$ se obtiene que $A=-2.3560; B=3.0074$ y $C=-0.892$. Las amplitudes a las que se anula la potencia son $\left(\frac{\omega h_0}{U_\infty}\right)_1 = 2.016$. El sistema sufre de flameo explosivo a grandes amplitudes de oscilación. (2 puntos).
- El ángulo respecto del que ocurre la oscilación en los apartados 2, 3 y 4 son 30° , 20° y 15° respectivamente. Observamos el resultado interesante que el coeficiente A solamente cambia de signo para el ángulo más elevado por lo que si la amplitud de oscilación fuese muy pequeña la oscilación del sistema será estable pero a los 15° la contribución del coeficiente B que es positivo, empieza a ser importante y si la deformación inicial sobrepasa el umbral calculado el sistema pasa a ser inestable. (2 puntos).